

**EL UNIVERSO DE LA FÍSICA DE PARTÍCULAS:
MODELO ESTÁNDAR Y LA PARTÍCULA DE HIGGS**

Ana Quintana García

24 de Junio 2020

Facultad de Física
Departamento de Física Teórica
Director: *Siannah Peñaranda Rivas*

Índice

1. Introducción.	1
2. Modelo Estándar. Simetrías.	1
2.1. Simetría global y local. Invariancia gauge.	1
2.2. Modelo Estándar: partículas e interacciones.	3
3. Ruptura de la simetría. Mecanismo de Higgs.	5
3.1. Ejemplo simple.	6
3.2. Ruptura de la simetría global.	7
3.3. Ruptura simetría local. Mecanismo de Higgs.	8
4. Mecanismo de Higgs en el Modelo Estándar.	10
4.1. Masas de los bosones de gauge.	11
4.1.1. Parámetros del modelo: predicciones y comprobación experimental.	12
4.2. Masas de los fermiones.	13
5. Desintegraciones del bosón de Higgs.	14
5.1. Resultados analíticos a nivel árbol.	15
5.1.1. Desintegración en dos fermiones $\Gamma(h \rightarrow \bar{f}f)$	16
5.1.2. Desintegración en dos bosones de gauge $\Gamma(h \rightarrow VV)$	17
5.2. Branching Ratios.	18
5.2.1. Correcciones cuánticas.	20
6. Conclusiones.	23

1. Introducción.

Entender como funciona el mundo y de que está formado nuestro universo es uno de los más antiguos deseos de la humanidad. Durante años el hombre se ha preguntado cuáles son los constituyentes de todo el universo que nos rodea, de qué está formada la materia. En este ámbito es donde entra la física de partículas y las interacciones de las fuerzas fundamentales.

El siglo XX culminó con el desarrollo del Modelo Estándar (SM) de partículas elementales, modelo que nos permite explicar los elementos constituyentes de la materia; las partículas que componen la naturaleza, y las interacciones entre ellas; describiendo tres de las cuatro interacciones fundamentales entre las partículas (a excepción de la interacción gravitatoria). Este modelo ha sido confirmado experimentalmente en los aceleradores de partículas con una precisión mayor del orden de las milésimas. Pese al gran éxito del SM aún quedan cosas por solucionar; por ejemplo este modelo no proporciona un candidato para la materia oscura del universo, no explica el denominado *problema de las jerarquías*, no incluye la interacción gravitatoria y no proporciona una explicación para las masas de las partículas que lo componen; como son las de los bosones y fermiones. Con la intención de solucionar el último de los problemas mencionados se introduce el denominado *mecanismo de Higgs* (o *mecanismo de Brout–Englert–Higgs*), que trataremos en este trabajo. El descubrimiento de la partícula de Higgs en el LHC–*Large Hadron Collider*–, CERN, en el 2012 constituye el último gran logro del modelo estándar de la física de partículas elementales.

En este trabajo mi objetivo va a ser entender la fenomenología del *mecanismo de Higgs* y su papel en la generación de las masas de las partículas. Así mismo, queremos ver cómo se comporta la partícula que lo caracteriza, el bosón de Higgs. Por lo que estudiaremos sus canales de desintegración, los cuales son fundamentales para su detección.

2. Modelo Estándar. Simetrías.

Cuando hablamos de simetrías de un sistema físico nos referiremos a las presentes en el Lagrangiano o potencial que lo describen. En el SM las simetrías se entienden como transformaciones globales o locales en el espacio. En el marco de una teoría covariante (invariante gauge), como la que actualmente da forma al SM empleado en la física de partículas, existen una serie de simetrías denominadas “invariancia gauge”.

2.1. Simetría global y local. Invariancia gauge.

Según se aplique la transformación al conjunto de completo de puntos del espacio o de uno en uno, tenemos dos tipos de simetrías. Si consideramos una transformación unitaria sobre una función de ondas que describe una partícula, estas simetrías puede ser:

- Simetría global: los parámetros de la transformación son independientes de las coordenadas en el espacio.

$$U = e^{i\alpha} \quad \phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{i\alpha}\phi(x) \quad (1)$$

- Simetría local: los parámetros dependen explícitamente de las coordenadas.

$$U = e^{i\alpha(x)} \quad \phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{i\alpha(x)}\phi(x) \quad (2)$$

La existencia de estas simetrías gauge implica la aparición de una fase desconocida en las funciones de onda. Sin embargo, en todas las cantidades físicas medibles (observables) esta desaparece. Que un sistema sea invariante gauge local ante un grupo de transformaciones significa que el Lagrangiano debe mantenerse invariante al aplicar la transformación perteneciente a ese grupo sobre los campos de las partículas.

Supongamos un sistema físico descrito por un Lagrangiano \mathcal{L} invariante bajo la transformación global U . Si exigimos que este cumpla también una simetría local $U(x)$ tenemos que introducir una transformación en el operador derivada, que pasará a llamarse derivada covariante. Este es el operador que nos define la forma en que se transforman los campos bosónicos; estos dan lugar a las interacciones. El número de los campos a introducir depende del grupo de simetría en que estemos trabajando.

Veamos como se construye una teoría invariante de gauge local para el caso más simple de QED – “Quantum Electrodynamics” – asociada a transformaciones del grupo de simetría $U(1)$. Primero vamos a introducir el Lagrangiano de la electrodinámica para los fermiones, partículas relativistas de espín semientero sometidas a la estadística de Fermi-Dirac y que cumplen la ecuación de Dirac:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi, \quad (3)$$

donde ψ es el campo del fermión y m su masa. Este Lagrangiano es invariante bajo una transformación global pero no una local. Debemos introducir la derivada covariante y la forma en la que se transforman los campos bosónicos (en nuestro caso el campo gauge del fotón A_μ) para que se cumpla la invariancia gauge,

$$D_\mu \psi \equiv [\partial_\mu + ieA_\mu]\psi, \quad (4)$$

$$A'_\mu(x) \equiv A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu \alpha, \quad (5)$$

donde e es la carga del electrón.

Faltará añadir un termino cinético de la propagación del campo de fotón para describir de forma completa la electrodinámica. Este término ha de ser también invariante gauge:

$$\mathcal{L}_{Kin} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (6)$$

donde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ es el denominado tensor del campo electromagnético.

Finalmente, para que se describa correctamente la teoría de Maxwell del electromagnetismo falta por incluir el Lagrangiano de interacción entre el campo del fotón y el campo fermiónico:

$$\mathcal{L}_{int} = -e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu = -j^\mu A_\mu, \quad (7)$$

en nuestro desarrollo esto es el resultado de añadir la derivada covariante [1].

Con esto tenemos completo el Lagrangiano electrodinámico. Recalquemos el hecho de que el campo del bosón A_μ tiene cuatro componentes mientras que físicamente el fotón solo tiene dos estados de polarización, por ello tenemos que imponer unas condiciones adicionales sobre él - “gauge fixing”. Empleando el gauge de Lorentz $\partial_\mu A^\mu = 0$ que asegura la invariancia relativista, el Lagrangiano que describe QED se puede escribir como:

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2 - j^\mu A_\mu - m\bar{\psi}\psi \quad (8)$$

Ahora que ya hemos presentado el Lagrangiano de QED podemos hacer lo propio para las interacciones electrodébil y fuerte, que se encuentran incluidas en el SM.

2.2. Modelo Estándar: partículas e interacciones.

El Modelo Estándar de la física de partículas (SM) incluye las partículas elementales conocidas así como sus interacciones; la interacción electrodébil y la fuerte [2]. Un gran éxito del SM es la unificación de las interacciones electromagnética y débil en la denominada *interacción electrodébil*. En este modelo se recogen tanto las partículas materiales (los fermiones, divididos en leptones y quarks) como los mediadores de las interacciones (los bosones gauge y el gluón). El contenido de partículas se muestra en la figura 1.

Tres generaciones de la materia (fermiones)

	I	II	III		
masa →	2.4 MeV/c ²	1.27 GeV/c ²	171.2 GeV/c ²	0	0
carga →	2/3	2/3	2/3	0	0
espín →	1/2	1/2	1/2	1	2
nombre →	u up	c charm	t top	γ Fotón	G Graviton
Quark	4.8 MeV/c ²	104 MeV/c ²	4.2 GeV/c ²	0	125 GeV/c ²
	2/3	-1/3	-1/3	0	0
	1/2	1/2	1/2	1	0
	d down	s strange	b bottom	g Gluon	H Boson Higgs
	<2.2 eV/c ²	<0.17 MeV/c ²	<15.5 MeV/c ²	91.2 GeV/c ²	
	0	0	0	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
	ν_e Neutrino electrónico	ν_μ Neutrino muónico	ν_τ Neutrino tauónico	Z⁰ Boson Z	
Lepton	0.511 MeV/c ²	105.7 MeV/c ²	1.777 GeV/c ²	80.4 GeV/c ²	
	-1	-1	-1	±1	
	1/2	1/2	1/2	1	
	e Electrón	μ Muón	τ Tau	W[±] Boson W	

Bosones de gauge

Figura 1: Modelo Estándar.

Como se ve, los leptones y quarks están organizados en tres familias de acuerdo a sus características; pongamos el ejemplo de la primera familia:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, e_R^-, \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, u_R, d_R. \quad (9)$$

Los subíndices L y R se refieren a la quiralidad de los campos de manera que los *left-handed* son dobletes de $SU(2)$ y los *right-handed* forman singletes del grupo.

Destacamos que en el SM no se incluye una unificación entre la fuerza electrodébil y la fuerte. Esto constituye uno de los problemas abiertos en el SM, en los que también se encuentra la no inclusión de la fuerza gravitatoria. Además, tal y cómo hemos mencionado antes, otro problema del modelo es la aparición de las masas de las partículas, medidas experimentalmente, y las cuales vienen generadas a través del mecanismo de Higgs (la ruptura espontánea de la simetría). Este tema se tratará más adelante en este trabajo.

Desarrollaremos ahora el Lagrangiano electrodébil. Dejaremos fuera el término de masa ya que como sabemos, no cumplirá la simetría e invariancia requeridas. El Lagrangiano será de la forma:

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi_j(x). \quad (10)$$

El grupo de simetría de la interacción electrodébil es $SU(2)\otimes U(1)$. Vamos a llamar ψ_1 al doblete de isoespín (*left-handed*, también llamado en otras secciones ψ_L o χ_L) y los singletes serán ψ_2 y ψ_3 (*right-handed*, también llamados en otras secciones ψ_R o ϕ_R). La transformación del doblete será U_L mientras que la de los singletes será como en la electrodinámica. Tenemos,

$$\psi_1(x) \rightarrow \psi'_1(x) = e^{ig'Y\beta}U_L\psi_1(x) = e^{ig'Y\beta}e^{igT_i\alpha^i}\psi_1(x) \quad (i = 1, 2, 3), \quad (11)$$

$$\psi_j(x) \rightarrow \psi'_j(x) = e^{ig'Y\beta}\psi_j(x) \quad (j = 2, 3),$$

donde $T_i = \frac{\sigma_i}{2}$ son los generados de $SU(2)$ e Y es el correspondiente a $U(1)$. Exigimos que el Lagrangiano sea invariable bajo transformaciones locales con $\alpha^i(x)$ y $\beta(x)$ los parámetros de la transformación. Por ello se introducen las derivadas covariantes (en sustitución de las parciales) con sus correspondientes campos de gauge – en este caso se introducen cuatro campos, W_μ^i y B_μ , uno por cada generador del grupo,

$$D_\mu\psi_1(x) \equiv [\partial_\mu + ig\widetilde{W}_\mu(x) + ig'\frac{Y}{2}B_\mu(x)]\psi_1(x), \quad (12)$$

$$D_\mu\psi_j(x) \equiv [\partial_\mu + ig'\frac{Y}{2}B_\mu(x)]\psi_j(x) \quad (j = 2, 3).$$

Hemos empleado \widetilde{W}_μ para englobar la acción de los tres bosones W_μ^i multiplicados por el correspondiente generador del espacio T_i . Escrito explícitamente es:

$$\widetilde{W}_\mu = \frac{\sigma_i}{2}W_\mu^i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 + iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 - iW_\mu^2 & W_\mu^3 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Escribamos estas transformaciones en función de los estados bosónicos físicos que se encuentran en la naturaleza W_μ^\pm , Z_μ y A_μ . Se define $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \pm iW_\mu^2)$, con este cambio la derivada covariante queda:

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{ig}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{g'}{g}Y & \sqrt{2}W_\mu^+ \\ \sqrt{2}W_\mu^- & W_\mu^3 + \frac{g'}{g}Y \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Los parámetros g y g' representan las constante de acoplo, en secciones posteriores se profundizará más sobre la libertad de estos parámetros en la teoría. Definimos $\tan \theta_W = g'/g$ donde θ_W es el ángulo de Weinberg que relaciona mediante una rotación los bosones (Z_μ, A_μ) con (W_μ^3, B_μ) . La relación entre los estados es:

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Los generadores T_3 e Y (T_3 es el operador de la tercera componente de isoespín e Y el de hipercarga) cumplen la relación de Gell Mann-Nishijima $Q = T_3 + \frac{Y}{2}$, siendo Q la carga eléctrica del hadrón. Hay otra relación importante entre g, g' y θ_W : $g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e$. De aquí podemos reescribir las derivadas covariantes como:

$$D_\mu \psi_1 = [\partial_\mu + \frac{ig}{2} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2}W_\mu^+ \\ \sqrt{2}W_\mu^- & 0 \end{pmatrix} + igA_\mu \sin \theta_W Q + \frac{igZ_\mu}{\cos \theta_W} (T^3 - \sin^2 \theta_W Q)] \psi_1, \quad (16)$$

$$D_\mu \psi_{2,3} = [\partial_\mu + igA_\mu \sin \theta_W Q - \frac{igZ_\mu}{\cos \theta_W} (T^3 - \sin^2 \theta_W Q)] \psi_{2,3}. \quad (17)$$

Para finalizar con el procedimiento análogo al caso de QED, debemos incluir un término cinético al Lagrangiano. El término será de la forma $\mathcal{L}_K = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu}$. Definiendo los tensores $B_{\mu\nu}$ y $W_{\mu\nu}^i$ de manera análoga a $F_{\mu\nu}$,

$$B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (18)$$

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k,$$

vemos que con $W_{\mu\nu}^i$ aparece un término extra el cual se debe a que $SU(2)$ forma un grupo no abeliano.

Por tanto, el Lagrangiano invariante gauge para la interacción electrodébil queda de la siguiente forma (en función de los campos izquierdos y derechos):

$$\mathcal{L}_{EW} = \bar{\Psi}_L i \gamma^\mu \partial_\mu \Psi_L + \bar{\Psi}_R i \gamma^\mu \partial_\mu \Psi_R - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu}. \quad (19)$$

Recordemos que no hemos incluido el término de masa $-m\bar{\psi}\psi$ ya que al mezclar los dobletes y singletes rompería la simetría explícitamente. Es decir, al descomponer el término de masa en los estados de quiralidad, estos no transforman igual dado que los *left-handed* son dobletes de isoespín y los *right-handed* son singletes. Este problema lo podremos resolver a través del Mecanismo de Higgs, como se ve en la sección 4.2.

3. Ruptura de la simetría. Mecanismo de Higgs.

El mecanismo de Higgs propone una respuesta a como pueden adquirir masa las partículas del SM. Este consiste en la inclusión de un Lagrangiano escalar (con la inclusión de una partícula adicional, el bosón de Higgs) de manera que se produce una ruptura espontánea de la simetría. En esta sección primero estudiaremos como se rompe la simetría de un sistema y da lugar a las masas a través de un ejemplo simplificado. Posteriormente analizaremos el caso del SM [3].

3.1. Ejemplo simple.

Consideremos el caso en que tenemos únicamente un campo escalar real ϕ cuyo potencial es:

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4. \quad (20)$$

El Lagrangiano es de la forma:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda\phi^4. \quad (21)$$

Vemos que \mathcal{L} tiene simetría bajo la transformación de cambio de signo, $\phi \rightarrow -\phi$. Además, λ tendrá que ser positiva para que exista un mínimo absoluto de la función. Sin embargo, no hay restricción a priori sobre el signo de μ^2 . Estudiamos ambos casos.

- $\mu^2 > 0$: Esta condición implica que hay un único mínimo del potencial en $\phi = 0$ y que es simétrico en ϕ (ver figura 2a). Si vemos el Lagrangiano de la ecuación (21) como un campo escalar ¹ podemos identificar que describe una partícula libre de masa μ y un término a la cuarta de auto-interacción.

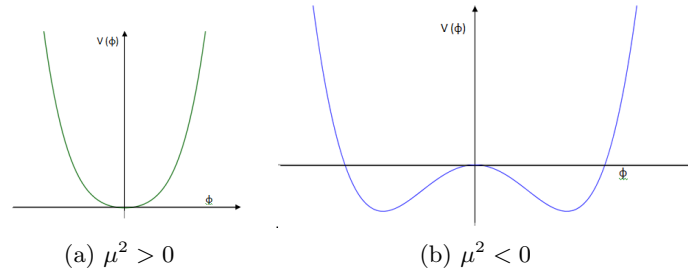


Figura 2

- $\mu^2 < 0$: A priori podríamos creer que se trata de una partícula con $m^2 < 0$, pero no hay que engañarse ya que en este caso el mínimo del potencial no es $\phi = 0$ sino que está en (ver figura 2b):

$$\phi_0 = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} \equiv v = cte > 0. \quad (22)$$

Reescribimos el Lagrangiano como una perturbación entorno a este mínimo $\phi = v + \eta$, y despreciando los términos de órdenes superiores e interacciones, obtenemos:

$$\mathcal{L}(\eta) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) - \lambda v^2\eta^2, \quad (23)$$

con lo que el segundo término se trata de una partícula masiva con $m_\eta^2 = 2\lambda v^2 > 0$.

¹Tenemos presente que el Lagrangiano de un campo escalar según la ecuación de Klein-Gordon es $\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) - \frac{1}{2}m^2\phi^2$.

Con este ejemplo podemos extraer conclusiones muy útiles. Vemos que la ruptura de la simetría se produce cuando el vacío está degenerado (como es el caso con $\mu^2 < 0$). El vacío físico es el nombre que reciben los estados de mínima energía. La parametrización con los campos η y ξ entorno al mínimo es lo provocará la ruptura de la simetría de los estados físicos y conlleva a la aparición de los términos de masa [4].

3.2. Ruptura de la simetría global.

Veamos un caso algo más generalizado, consideremos la existencia de una partícula bosónica escalar descrita por el campo $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ y analicemos el mecanismo de ruptura de la simetría global cuando tenemos un campo escalar complejo. El potencial al que está sometido la partícula debe preservar la invariancia del sistema. El potencial, dado por la expresión

$$V(\phi) = \mu^2(\phi^*\phi) + \lambda(\phi^*\phi)^2, \quad (24)$$

es globalmente simétrico en $U(1)$. El Lagrangiano del sistema es:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^*(\partial^\mu \phi) - V(\phi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{2}\lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2. \quad (25)$$

En el Lagrangiano vemos la existencia de dos bosones escalares cuyos campos son ϕ_1 y ϕ_2 . Las características de estos campos, tales como su masa o sus interacciones, dependerán de la elección del signo en los dos parámetros libres del potencial, μ y λ . Este potencial debe ser tal que nos proporcione al menos un mínimo absoluto de energía, ergo λ tendrá que ser positivo. Seguimos el mismo razonamiento que antes, de modo que tenemos dos escenarios $\mu^2 > 0$ y $\mu^2 < 0$. En ambas situaciones estudiamos el Lagrangiano como perturbaciones entorno al mínimo del potencial.

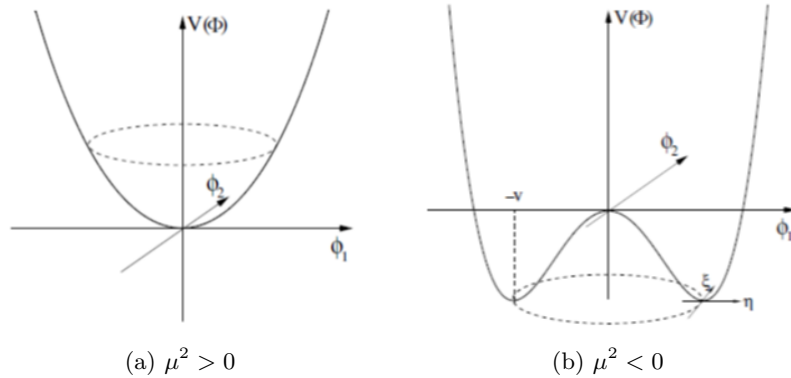


Figura 3

- $\mu^2 > 0$: En este caso la descripción es simple, dos partículas libres con masa μ como se ve en la expresión (25). El potencial tendrá un único mínimo en el origen, $\phi_{10} = \phi_{20} = 0$, tal y como se muestra en la figura 3a.

Si minimizamos el potencial analíticamente, también encontramos un mínimo de la función en $\sqrt{\phi_{10}^2 + \phi_{20}^2} = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}$, pero como $\mu^2 > 0$ y $\lambda > 0$ este es un número complejo y, por tanto, no tiene sentido considerarlo.

- $\mu^2 < 0$: Ahora ya no hay un único mínimo de potencial sino que está degenerado en un conjunto infinito de puntos (como está dibujado en la figura 3b). El origen, $\phi_{10} = \phi_{20} = 0$, es un extremo analítico de la función, pero no es un mínimo de energía, por lo que no nos sirve para nuestro propósito. Denotaremos el mínimo de energía como:

$$\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2} = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} = v = cte > 0. \quad (26)$$

Con ello reescribimos el Lagrangiano con el cambio de variable que nos sitúe en el fondo del potencial: $\phi_1 = v + \eta$ y $\phi_2 = \xi$. De esta forma la redefinición del mínimo es $\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta + i\xi)$. Así pues, (25) queda:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 + 0 \cdot \xi^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta^2 + \text{términos de orden mayor} \quad (27)$$

De este resultado identificamos dos partículas, una partícula bosónica escalar masiva η con $m_\eta^2 = 2\lambda v^2 = -2\mu^2$ y una partícula bosónica escalar ξ con $m_\xi = 0$.

Los términos de mayor orden a los que nos referimos son el resto de los que provienen del cambio de coordenadas en el potencial:

$$V(\eta, \xi) = -\frac{1}{4}\lambda v^4 + \lambda v^2 \eta^2 + \lambda v \eta^3 + \frac{1}{4}\lambda \eta^4 + \frac{1}{4}\lambda \xi^4 + \lambda v \eta \xi^2 + \frac{1}{2}\lambda \eta^2 \xi^2. \quad (28)$$

Hemos observado como la simetría global $U(1)$, con un potencial como este segundo, es la causante del surgimiento de una partícula masiva y otra no. Estas partículas sin masa reciben el nombre de bosones de Goldstone y se puede ver que aparece uno por cada generador del vacío. El teorema de Goldstone establece que cada generador de la simetría del grupo que se rompe da lugar a una partícula sin masa. El bosón ξ con $m_\xi = 0$ es consecuencia directa del teorema de Goldstone. Teniendo en cuenta los términos de interacción en (28) llegamos a que el potencial ya no es simétrico respecto a la transformación global de uno los campos de los bosones escalares (para η : $V(-\eta) \neq V(\eta)$), es decir, hemos roto esta simetría global. Este proceso que acabamos de describir se denomina ruptura de la simetría global, ya que si bien el Lagrangiano, \mathcal{L} de partida (25), inicialmente simétrico, sigue siendo simétrico en ϕ , el potencial ha dejado de serlo al introducir las perturbaciones alrededor del vacío cuando este es degenerado.

3.3. Ruptura simetría local. Mecanismo de Higgs.

En esta sección vamos a tratar lo que se conoce como el mecanismo de Higgs. Veremos como se produce la ruptura de simetría en una teoría invariante gauge local como es el caso de la QED. Para que la teoría sea invariante gauge local $U(1)$ el Lagrangiano ha de ser invariante

bajo la transformación $\phi' = e^{i\alpha(x)}\phi$. Esto, como se expone en la sección 2.2, requiere el cambio a derivada covariante y una específica transformación del campo:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu, \quad (29)$$

$$A'_\mu(x) \equiv A_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha.$$

El Lagrangiano de un campo escalar complejo invariante gauge local $U(1)$ para QED es:

$$\mathcal{L} = (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - V(\phi); \quad V(\phi^*\phi) = \mu^2(\phi^*\phi) + \lambda(\phi^*\phi)^2. \quad (30)$$

Siguiendo con el procedimiento anterior, estudiamos las perturbaciones en torno al mínimo de potencial para el caso que nos interesa de $\mu^2 < 0$ (en el que el vacío está degenerado). Como sabemos, esto satisface que el mínimo del potencial se encuentra en $\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2} = \sqrt{-\mu^2/\lambda} = v$, con lo que se redefine el campo en función de η y ξ : $\phi = (v + \eta) + i\xi$. El Lagrangiano en términos de estos campos queda (obviando los términos de órdenes mayores y de interacción):

$$\mathcal{L}(\eta, \xi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)^2 - \lambda v^2\eta^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2 - evA_\mu(\partial^\mu\xi) \quad (31)$$

Analicemos los términos de este Lagrangiano. Los dos primeros corresponden a una partícula η masiva, el tercero se corresponde a una partícula sin masa ξ (bosón de Goldstone), el cuarto es el asociado a la cinética del campo del fotón y los siguientes describen las interacciones. El último término no lo encontrábamos antes, aparece debido a la derivada covariante que habíamos introducido para exigir la invariancia de Lorentz (local y relativista).

Dado que A_μ y ϕ transforman simultáneamente como hemos expuesto antes, podemos buscar redefinir A_μ (fijar el gauge) y con ello eliminar el bosón de Goldstone ξ . En otras palabras, si el Lagrangiano presenta simetrías locales estos bosones de Goldstone son comidos por los bosones de gauge asociados a las simetrías rotas dotándolos de masa [4]. Vamos a ver cual es esta redefinición empleando (29),

$$\frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)^2 + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2 - evA_\mu(\partial^\mu\xi) = \frac{1}{2}e^2v^2\left[A_\mu - \frac{1}{ev}(\partial_\mu\xi)\right]^2 = \frac{1}{2}e^2v^2(A'_\mu)^2 \Rightarrow \alpha = -\xi/v \quad (32)$$

$$\phi' = e^{-i\xi/v}\phi = e^{-i\xi/v}\frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta)e^{-i\xi/v} = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h). \quad (33)$$

Hemos introducido el gauge unitario ($\alpha = -\xi/v$) logrando que desaparezca ξ . Al imponer una transformación concreta al sistema no estamos perdiendo generalidad, ya que la función α es arbitraria. Además hemos introducido un campo real h , a la que denominaremos partícula de Higgs. Aplicando estas transformaciones, con esta elección de gauge, desarrollamos el Lagrangiano de un escalar:

$$\mathcal{L} = (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - V(\phi^\dagger\phi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2 + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2 + e^2vA_\mu^2h + \frac{1}{2}e^2A_\mu^2h^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4, \quad (34)$$

donde tenemos los siguientes términos de masa e interacción:

- El primer término nos da la parte cinética de la partícula de Higgs.

- El segundo término corresponde a una partícula h masiva: $m_h^2 = 2\lambda v^2$.
- El tercer término nos da un campo de gauge (fotón) masivo A_μ : $m_\gamma = ev$.
- El cuarto y quinto términos nos describen las interacciones de la partícula de Higgs con los fotones, con constantes de acoplo e^2v (interacción de un Higgs con dos fotones) y $\frac{1}{2}e^2$ (interacción de dos partículas de Higgs con dos fotones).
- Los dos últimos términos corresponden con la auto-interacción entre tres Higgs y cuatro Higgs, con constantes de acoplo $-\lambda v$ y $-\frac{1}{4}\lambda$ respectivamente.

Hemos obtenido una masa para el fotón distinta de cero. Recordemos que este es un modelo simple que nos ayuda a entender el mecanismo de Higgs. En el modelo electrodébil veremos que obtenemos una masa nula para el fotón.

4. Mecanismo de Higgs en el Modelo Estándar.

En esta sección vamos a aplicar los conocimientos adquiridos sobre la ruptura de la simetría al modelo electrodébil, un grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ invariante local de gauge. Con ello podremos identificar las masas de los bosones Z , W^\pm y γ , y también dará lugar a las masas de los fermiones del modelo.

Para aplicar el mecanismo de Higgs a esta simetría lo primero es darse cuenta de que al tener cuatro bosones vectoriales en el SM necesitamos que nuestro campo escalar complejo ϕ nos introduzca cuatro campos reales de tal forma que el Lagrangiano preserve su simetría. Para ello introducimos dos campos complejos de la siguiente forma:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

Como hemos discutido antes, la invariancia del sistema bajo transformaciones locales del nuevo grupo nos conduce a definir la derivada covariante como vimos en la sección 2.2.1, $D_\mu = \partial_\mu + igT_i W_\mu^i + ig' \frac{Y}{2} B_\mu$. También se define el potencial del campo $V(\phi)$ que se añade al Lagrangiano escalar:

$$\mathcal{L} = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - \mu^2 (\phi^\dagger \phi) - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (36)$$

donde $\mu^2 < 0$. El mínimo del potencial (degenerado) será el responsable de la generación de las masas por ruptura de la simetría. Obviamente, encontraremos un mínimo de energía como antes, salvo que ahora hay cuatro campos, y realizamos perturbaciones entorno a este mínimo de energía para poder estudiar nuestro Lagrangiano. Para ello elegimos:

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}. \quad (37)$$

Se puede comprobar que de esta manera se rompe la simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ dejando invariante el grupo $U(1)_{EM}$ cuyo generador recordemos era $Q = T_3 + \frac{Y}{2}$. La existencia de cuatro rupturas de simetría nos indica que los cuatro bosones de gauge (W_μ^i y B_μ) adquieren masa a partir del mecanismo de Higgs. Entonces, si nuestro Lagrangiano es invariante bajo un grupo de simetrías (en este caso 4) pero el vacío es invariante solo bajo un subgrupo de simetrías (en este caso 1), aparecen tantos bosones de Goldstone como generadores de un grupo que no lo son en el otro, es decir, en este caso $4 - 1 = 3$. Por tanto, tendríamos 3 bosones de Goldstone, y solo tres de los cuatro bosones vectoriales tendrán masa, quedando uno sin masa que será el campo del fotón. Esto lo veremos en la sección 4.1.

El Lagrangiano escalar será el responsable de la aparición de los términos de masa e interacción. $V(\phi)$ dará lugar a la masa del Higgs tal y como sucedía anteriormente. $(D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi)$ provocará que surjan las masas de los bosones de gauge ($\propto v^2$), las interacciones de estos con el Higgs ($\propto v h$) y del Higgs con sí mismo ($\propto h^2$).

4.1. Masas de los bosones de gauge.

Dado que para encontrar las masas de los bosones de gauge el término que nos interesa es exclusivamente el que es proporcional a v^2 que surge del término de la derivada del Lagrangiano, vamos a centrarnos exclusivamente en él. Si desarrollamos la derivada covariante en el mínimo del potencial obtenemos:

$$(D_\mu \phi) = \left[\partial_\mu + i g T_i W_\mu^i + i g' \frac{Y}{2} B_\mu \right] \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{i v}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} g(W_1 - i W_2) \\ -g W_3 + g' Y B_\mu \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) = \frac{v^2}{8} [g^2 (W_1^2 + W_2^2) + (-g W_3 + g' Y B_\mu)^2] . \quad (38)$$

De aquí podríamos obtener las masas de W_μ^i y B_μ , sin embargo, no son estos bosones los que se encuentran en la naturaleza. Es necesario reescribir el Lagrangiano escalar en términos de los bosones físicos W_μ^\pm , Z_μ y A_μ .

Los bosones W_μ^\pm son los responsables de las corrientes cargadas y se corresponden a los dobletes de isospín del grupo $SU(2)$. Están definidos como se muestra en la sección 2.2.1, por lo tanto el término de W_1 y W_2 del Lagrangiano queda:

$$\mathcal{L}_{W^\pm} = \frac{v^2}{8} g^2 (W^{+2} + W^{-2}) .$$

Los bosones Z_μ y A_μ son mezcla de W_3 y B_μ ya que $Y \neq 0$, de hecho asumiremos de aquí en adelante que la hipercarga tiene valor $Y = +1$. Reescribiremos el término empleando los valores y vectores propios – que identificaremos como los nuevos bosones Z_μ y A_μ . Se puede comprobar de manera sencilla que este cambio es equivalente al expresado en la rotación (15). Este término del Lagrangiano será:

$$\mathcal{L}_{Z,\gamma} = \frac{v^2}{8} (-g W_3 + g' Y B_\mu)^2 = 0 \cdot A_\mu + (g^2 + g'^2) Z_\mu .$$

Finalmente (38) en función de los bosones físicos queda:

$$(D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) = \frac{v^2}{8} \left[g^2 W^{+2} + g^2 W^{-2} + (g^2 + g'^2) Z_\mu^2 + 0 \cdot A_\mu^2 \right]. \quad (39)$$

Solo quedaría identificar la masa de cada uno de ellos, ya que como sabemos los términos son de la forma $\frac{1}{2} M_V^2 V^2$ donde V es un bosón de gauge. De la ecuación anterior obtenemos que:

$$M_{W^\pm} = \frac{v}{2} g, \quad M_Z = \frac{v}{2} \sqrt{g^2 + g'^2}, \quad M_\gamma = 0. \quad (40)$$

Podemos ver que la predicción de masas de W^\pm y Z depende de los parámetros g y g' , los cuales recordemos están relacionados con el ángulo de Weinberg según $g'/g = \tan \theta_W$. Esta relación implica que las masas de los bosones están relacionadas mediante:

$$M_Z \cos \theta_W = M_W, \quad (41)$$

y por tanto son un único parámetro del modelo. Esta relación permite la comprobación experimental de la fenomenología del SM: midiendo experimentalmente dos de estos parámetros podemos inferir el valor del otro y/o comprobar la relación entre ellos, verificando así la validez del modelo.

Recordemos que la masa del bosón de Higgs la hemos estimado en la sección anterior y venía dada también por un parámetro libre del potencial, λ ,

$$m_h = \sqrt{2\lambda v^2}. \quad (42)$$

Vemos que el modelo que hemos desarrollado no predice el valor exacto de la masa de este bosón dado que depende el parámetro λ .

4.1.1. Parámetros del modelo: predicciones y comprobación experimental.

Hagamos un inciso sobre las consecuencias de las relaciones existentes entre los parámetros introducidos en el modelo: g , g' , λ y μ [3, 4]. Hablar de estos cuatro parámetros es equivalente a hablar de $\alpha = e^2/(4\pi)$, $\sin^2 \theta_W$, M_Z y m_h ; esto lo sabemos gracias a las siguientes relaciones que hemos visto que se cumplen entre los parámetros:

$$m_h = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}, \quad (43)$$

$$M_Z = \frac{v}{2} \sqrt{g^2 + g'^2}, \quad (44)$$

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}, \quad e = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W. \quad (45)$$

Experimentalmente se pueden medir con precisión las masas de los bosones de gauge Z y W^\pm . Con lo que se deduce el valor del ángulo de Weinberg:

$$\sin^2 \theta_W = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}.$$

Otro test del modelo es mediante la constante de Fermi obtenida del cálculo de la vida media del muón. Esta cálculo implica que se debe cumplir la siguiente relación:

$$\frac{g^2}{M_W^2} = \frac{4\pi\alpha}{\sin^2\theta_W M_W^2} \equiv 4\sqrt{2} G_F$$

donde α la sabemos de la medición de la carga del electrón e y G_F es la medida de la constante de Fermi. La constante de Fermi también se relaciona con el valor esperado para la energía del vacío del campo escalar de manera que $v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \approx 246 \text{ GeV}$. Con este test *cruzado* estamos de nuevo relacionando tres de los parámetros que tenemos.

Estas dos comprobaciones de las relaciones entre los parámetros del modelo funcionan ya que en ambos casos llegamos, por ejemplo, al mismo valor de $\sin^2\theta_W$. De manera que lo único desconocido es la masa del Higgs, m_h , la cual veremos más adelante que puede extraerse de las desintegraciones del mismo.

4.2. Masas de los fermiones.

Ahora veremos como el mecanismo de Higgs introducido al comienzo de esta sección nos lleva a la aparición del término de masa para los fermiones. Se ha visto en la segunda sección de este trabajo como los fermiones obedecen la ecuación de Dirac $((i\gamma_\mu\partial^\mu - m)\psi = 0)$ de manera que el Lagrangiano que los describe tiene la siguiente forma: $\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi - m\bar{\psi}\psi$. Donde, recordemos, el término $m\bar{\psi}\psi$ no es invariante de gauge por lo que decíamos que no estaba permitido. Como veíamos, $m\bar{\psi}\psi = m[\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L]$ no es un invariante bajo transformaciones del grupo $SU(2) \otimes U(1)$. Esto es debido a que los dobles y singletes de isospín del grupo (quiralidades) no transforman del mismo modo – como vimos en la expresión (11). Podemos construir un término que sí sea invariante introduciendo un doblete como el que hemos definido en (37). Tenemos entonces $-\lambda_f\bar{\psi}_L\phi\psi_R$, donde λ_f es el acoplo de Yukawa; parámetro libre que adoptara un determinado valor para ajustarse a la masa de cada fermión. De esta forma, hemos construido un término para el Lagrangiano que es invariante gauge y acopla el Higgs al campo de los fermiones,

$$\mathcal{L}_{f,masa} = -\lambda_f [\bar{\psi}_L\phi\psi_R + \bar{\psi}_R\bar{\phi}\psi_L] . \quad (46)$$

Desarrollándolo vamos a llegar a la masa de leptones y quarks así como los acoplos del Higgs con una pareja fermión-antifermión. Estudiamos primero el caso de los leptones ya que es más sencillo. Esto se debe a que los neutrinos se consideran de masa nula y no tienen componente de quiralidad diestra, no es así para los quarks. Desarrollemos el Lagrangiano expuesto arriba para el ejemplo del electrón, el resultado es extensible al resto de leptones (e incluso al conjunto de quarks “down”):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_e &= -\lambda_e \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\bar{\nu}, \bar{e})_L \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (0, v+h) \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \right] \\ \Rightarrow \mathcal{L}_e &= -\frac{\lambda_e v}{\sqrt{2}} \bar{e}e - \frac{\lambda_e}{\sqrt{2}} h \bar{e}e = -m_e \bar{e}e - \frac{m_e}{v} h \bar{e}e . \end{aligned} \quad (47)$$

Del primer término de esta expresión podemos generalizar que las masas de los fermiones vendrán dadas por $m_f = \frac{\lambda_f v}{\sqrt{2}}$. Al igual que ocurría antes, la masa depende de un parámetro libre cuyo valor no predice el mecanismo, λ_f , parámetro de Yukawa. El segundo término nos da la interacción de los fermiones con el Higgs, cuya constante de acoplo es $\frac{m_f}{v}$.

Con este mecanismo hemos conseguido dar de masa a leptones (e, μ y τ). Como podemos ver, solo sirve para dotar de masa a leptones “down” del doblete de isoespín, lo cual podemos decir que es preciso asumiendo que la masa de los neutrinos (leptones “up”) es nula. Para dotar de masa a estas partículas es necesario un mecanismo diferente (*seesaw*), y que no consideramos en este trabajo.

En el caso de los quarks debemos predecir la masa no solamente para los “down” (d, s, b), también para los “up” (u, c, t). Para ello introducimos el campo de Higgs conjugado $\phi^c = i\sigma^2\phi$ cuyo comportamiento es el mismo que el del campo normal ϕ con los fermiones “down”, pero en esta ocasión con los “up”. Desarrollemos el Lagrangiano de manera análoga a (46) con

$$\phi^c = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v+h \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{L}_u = \lambda_u (\bar{\chi}_L \phi^c \phi_R + \bar{\phi}_R \phi^c \chi_R) = -\lambda_u \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\bar{u}, \bar{d})_L \begin{pmatrix} v+h \\ 0 \end{pmatrix} u_R + \bar{u}_R (v+h, 0) \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \right]$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}_u = -m_u \bar{u}u - \frac{m_u}{v} h \bar{u}u. \quad (48)$$

El primer término nos da la masa de los quarks tipo up. Por lo tanto podemos concluir que hemos dotado de masa a todos los fermiones del modelo. La expresión de esta masa en función de la constante de acoplo de Yukawa obedecerá siempre la expresión $m_i = \frac{\lambda_i v}{\sqrt{2}}$. También hemos obtenido el valor de los vértices de interacción del Higgs con un fermión y un antifermión, proporcional a $\frac{m_i}{v}$.

En resumen podemos ver que con la introducción de un campo escalar y con el mecanismo de la ruptura de simetría hemos sido capaces de dar masa a los bosones y fermiones del Modelo Estándar y también describir sus posibles interacciones. De esta forma, las partículas que residen en el Modelo Estándar son masivas, con la excepción del fotón.

5. Desintegraciones del bosón de Higgs.

En las secciones anteriores hemos obtenido como resultado del mecanismo de Higgs las interacciones de la partícula de Higgs con el resto de partículas del SM. Cada interacción esta descrita por su acoplo, que es proporcional a la masa de la partícula o partículas con las que interacciona el bosón de Higgs. La masa del Higgs, m_h , no puede ser medida directamente, es por tanto un parámetro a priori libre. En esta sección vamos a fijarnos en los vértices de interacción del Higgs a dos fermiones y a dos bosones de gauge.

El vértice de interacción del Higgs a dos fermiones, $h\bar{f}f$, lo extraemos directamente de las expresiones (47) y (48). Con ello, el diagrama de Feynman queda:

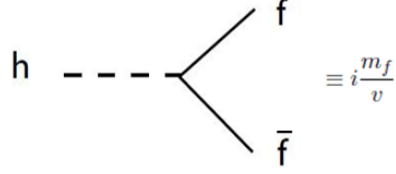


Figura 4: $h \rightarrow \bar{f}f$

El vértice de interacción del Higgs a dos bosones de gauge, hVV , lo podemos obtener de forma similar a como obtuvimos los valores de las masas de los bosones a partir de (39). La parte que nos interesa ahora es la $\propto vh$ ya que será la que contenga los términos de interacción hW^2 y hZ^2 . La expresión de este término es:

$$\frac{vh}{4} \left[g^2 W^{+2} + g^2 W^{-2} + (g^2 + g'^2) Z_\mu^2 \right].$$

De aquí extraemos que el acoplo del Higgs a los bosones W^\pm es $\frac{vg^2}{4}$ y con los Z es $\frac{v(g^2+g'^2)}{4}$. Dado que conocemos la relación de las masas con g y g' , vistas en la expresión (40), el diagrama de Feynman es:

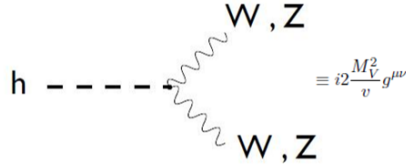


Figura 5: $h \rightarrow VV$

5.1. Resultados analíticos a nivel árbol.

Ahora podemos estudiar las desintegraciones de la partícula de Higgs a dos fermiones y dos bosones de gauge. La expresión de la desintegración a dos cuerpos es conocida [3]:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{32\pi^2 s} |p_f| S, \quad (49)$$

donde \mathcal{M} es el elemento matriz de la interacción, $|p_f|$ es el momento de las partículas producidas, $S = \frac{1}{n!}$ para n partículas idénticas, en nuestro caso $S = 1$ (salvo para la desintegración a dos bosones Z , $S = 1/2$), y vemos que para obtener la amplitud de desintegración deberemos considerar los posibles ángulos sólidos.

En el caso de la desintegración a dos cuerpos tenemos $\sqrt{s} = m_h$, con m_h la masa del bosón de Higgs, y $|p_f| = \frac{1}{2}\beta\sqrt{s}$, donde $\beta = \sqrt{1 - \frac{4m^2}{m_h^2}}$ con m la masa de las partículas producto de la desintegración. Así, (49) queda:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{32\pi^2} \frac{S}{2m_h} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{m_h^2}}. \quad (50)$$

Procedemos al cálculo analítico de las amplitudes de desintegración a partir de la lectura de los diagramas de Feynman.

5.1.1. Desintegración en dos fermiones $\Gamma(h \rightarrow \bar{f}f)$.

Leemos el diagrama de Feynman de la figura 4 en sentido de arriba a abajo para calcular el cuadrado del elemento de matriz:

$$-i\mathcal{M} = \bar{u}(p_1) \frac{im_f}{v} v(-p_2), \quad (51)$$

donde $u(p_1)$ y $v(-p_2)$ son los espinores asociados al fermión y antifermión respectivamente y hemos llamado p_1 al momento del fermión y p_2 al del antifermión, ergo por conservación el momento del Higgs será $p_1 - p_2$. Debemos tener en cuenta los estados de espín de los fermiones. Obtenemos:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M}^\dagger \mathcal{M} &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \sum_{s_1, s_2} \bar{v}_{s_2}(-p_2) u_{s_1}(p_1) \bar{u}_{s_1}(p_1) v_{s_2}(-p_2) \\ &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \sum_{s_1} u_{s_1}(p_1) \bar{u}_{s_1}(p_1) \sum_{s_2} \bar{v}_{s_2}(-p_2) v_{s_2}(-p_2) \\ &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \text{Tr}(\not{p}_1 + m_f) \text{Tr}(-\not{p}_2 + m_f) \\ &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 [-\text{Tr}(\not{p}_1 \not{p}_2) - m_f^2 \text{Tr}(\mathbb{I})] \\ &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 [-4p_1 \cdot p_2 - 4m_f^2] \end{aligned}$$

donde usamos la notación $\not{p} = \gamma^\mu p_\mu$. En este desarrollo también hemos utilizado una serie de propiedades que listamos a continuación por orden de empleo:

$$\sum_{s=1,2} u_s(p) \bar{u}_s(p) = \not{p} + m, \quad \sum_{s=1,2} v_s(p) \bar{v}_s(p) = \not{p} - m,$$

$$\text{Tr}[\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N] = 0 \quad \text{siendo } N \text{ un número impar},$$

$$\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma_\mu] = \text{Tr}[\mathbb{I}] = 4, \quad \text{Tr}[\not{p}_1 \not{p}_2] = \text{Tr}[\gamma^\mu \gamma_\mu p_{1\mu} p_{2\mu}].$$

Utilizamos las relaciones de conservación para dejar la expresión en función de m_h en vez de los momentos. Tal como habíamos definido, $s = m_h^2$, y sabemos que $p_1^2 = p_2^2 = m_f^2$. Como $s = (p_1 - p_2)^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 \cdot p_2$, tenemos que $m_h^2 = 2m_f^2 - 2p_1 \cdot p_2$. Sustituyendo e incluyendo el número de color para los quarks, se obtiene:

$$|\mathcal{M}|^2 = \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 2m_h^2 \left(1 - \frac{4m_f^2}{m_h^2}\right) N_c = \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 2m_h^2 \beta^2 N_c. \quad (52)$$

La amplitud de desintegración de un Higgs en dos fermiones la podemos calcular integrando a todo el ángulo sólido en la expresión (50),

$$\Gamma(h \rightarrow \bar{f}f) = \frac{N_c}{8\pi v^2} m_f^2 m_h \beta^3. \quad (53)$$

Esta expresión corrobora que la probabilidad de desintegración es proporcional al cuadrado de la masa de las partículas a las que se desintegra el bosón de Higgs. Por tanto, cuanto mayor es la masa del fermión mayor será su probabilidad de desintegración. También hay que tener en cuenta que el proceso debe ser posible energéticamente, es decir, que la suma de las masas de las partículas a las que se desintegra no puede ser mayor que la masa del Higgs.

5.1.2. Desintegración en dos bosones de gauge $\Gamma(h \rightarrow VV)$.

La amplitud de desintegración a dos bosones de gauge la obtendremos a partir de la lectura del diagrama de Feynman de la figura 5:

$$-i\mathcal{M} = \epsilon_\lambda^\mu(p) i 2 \frac{M_V^2}{v} g^{\mu\nu} \epsilon_\delta^\nu(q), \quad (54)$$

donde p y q son los momentos de los bosones y como ambos son salientes, el momento del Higgs será $(p + q)$. Los índices λ y δ hacen referencia a los posibles estados de polarización de los bosones. Igual que hicimos para el caso de los fermiones, podemos calcular el cuadrado del elemento de matriz,

$$|\mathcal{M}|^2 = \left(2 \frac{M_V^2}{v}\right) \sum_{\lambda, \delta} \epsilon_\lambda^\mu(p) \epsilon_\lambda^{\alpha*}(p) \epsilon_\mu^\delta(q) \epsilon_\alpha^\delta(q).$$

Podemos usar una propiedad física de los estados de polarización que nos dice que

$$\sum_\lambda \epsilon_\lambda^\mu(p) \epsilon_\lambda^{\alpha*}(p) = -g^{\mu\alpha} + \frac{p^\mu p^\alpha}{M_V^2}.$$

Añadiendo que $g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} = \text{Tr}[g_{\mu\nu}] = 4$, $p^\alpha p_\alpha = p^2 = M_V^2$ y la definición previa de s , la expresión queda:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \left(2 \frac{M_V^2}{v}\right) \left(2 + \frac{(p \cdot q)^2}{M_V^4}\right) = \left(2 \frac{M_V^2}{v}\right) \left(2 + \frac{1}{4} \frac{[(p+q)^2 - p^2 - q^2]^2}{M_V^4}\right) \\ &= \left(2 \frac{M_V^2}{v}\right) \left(2 + \frac{1}{4} \frac{(m_h^2 - 2M_V^2)^2}{M_V^4}\right) \\ \Rightarrow |\mathcal{M}|^2 &= \left(2 \frac{M_V^2}{v}\right) \left(3 + \frac{1}{4} \frac{m_h^4}{M_V^4} - \frac{m_h^2}{M_V^2}\right). \end{aligned}$$

Sustituyendo esta expresión en (50) e integrando al ángulo sólido obtenemos la amplitud de desintegración del Higgs en dos bosones de gauge,

$$\Gamma(h \rightarrow VV) = \frac{g^2 S_V}{64\pi M_W^2} m_h^3 \left(1 - \frac{4M_V^2}{m_h^2} + \frac{3}{4} \left(\frac{4M_V^2}{m_h^2}\right)^2\right) \sqrt{1 - \frac{4M_V^2}{m_h^2}} \quad (55)$$

done S_V será 1 para el Z y 1/2 para el W.

5.2. Branching Ratios.

Como hemos visto, existen diferentes canales de desintegración de una misma partícula y cada uno de estos tendrá una probabilidad de suceder, *branching ratios*. Estas *razones de desintegración* se definen como la relación entre las anchuras de desintegración de los distintos canales con respecto a la anchura de desintegración total,

$$\text{BR}_x = \frac{\Gamma_x}{\Gamma_{\text{total}}} . \quad (56)$$

Las expresiones de estas amplitudes de desintegración dependen del valor de la masa del Higgs. La medida experimental de estas amplitudes podrá darnos información sobre la partícula de Higgs, cuya vida media es extremadamente corta provocando que no se pueda realizar su detección directa.

En la literatura encontramos los resultados de las probabilidades de desintegración en función de la masa del bosón de Higgs que se muestran en la figura 6 [3].

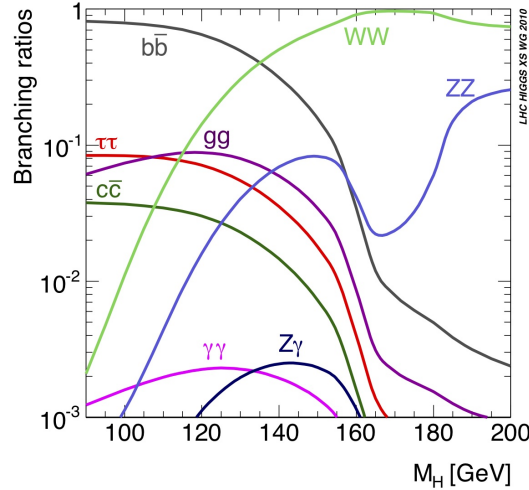


Figura 6: Razón de desintegración del Higgs en función de m_h .

En este apartado vamos a intentar reproducir los resultados mostrados en esta figura. Presentamos los resultados para las desintegraciones del Higgs a fermiones y bosones que hemos calculado anteriormente. Para ello vamos a emplear las ecuaciones (53) y (55), y sustituiremos $N_c = 3, v = 246 \text{ GeV}$. Para las masas de los fermiones y bosones emplearemos los siguientes valores [5]:

	Valores en GeV
M_Z	$91,176 \pm 0,0021$
M_W	$80,379 \pm 0,012$
m_τ	$1,77686 \pm 0,00012$
m_b	$4,18 \pm 0,03$
m_c	$1,27 \pm 0,02$

Además, ponemos las líneas externas de los diagramas sobre su capa de masas (*on-shell*), es decir, $p_i^2 = m_i^2$.

Los resultados que obtenemos se presentan en la figura 7, para el rango $60 \text{ GeV} < m_h < 250 \text{ GeV}$. A primera vista podemos ver que existen diferencias entre la figura 6 y la que hemos obtenido. Esto es consecuencia de que nuestros cálculos son a nivel árbol, es decir, a primer orden en teoría de perturbaciones, y no hemos considerado todos los canales de desintegración posibles. No obstante, veremos que al incluir alguna de estas correcciones las figuras coinciden en algunos de los aspectos relevantes.

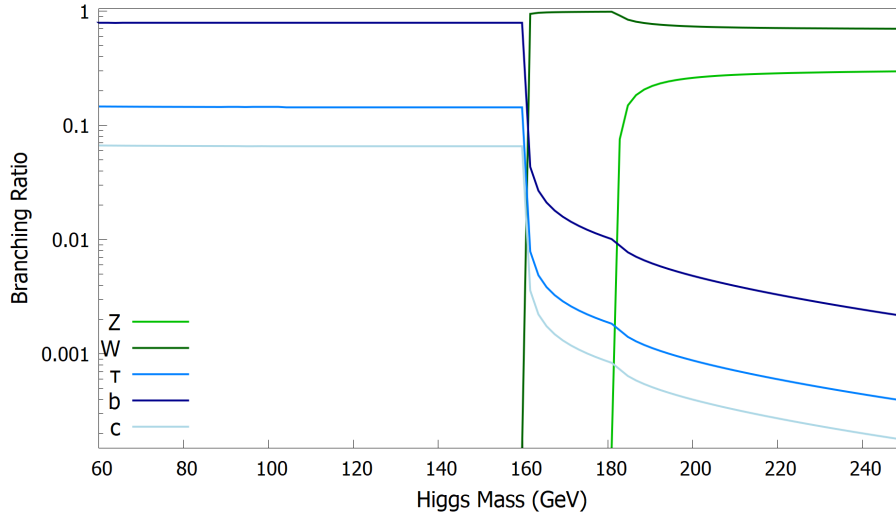


Figura 7: Razón de desintegración del Higgs en función de m_h , a nivel árbol.

En la zona de menor energía para la masa del Higgs; por debajo de aproximadamente 160 GeV , las desintegraciones que dominan son las de los quarks $\bar{b}b$, $\bar{\tau}\tau$ y $\bar{c}c$; en orden de relevancia, lo cual coincide con el valor de sus masas. Recordemos que la probabilidad de desintegración es proporcional al cuadrado de la masa de estas partículas. Notemos que en nuestro análisis no están incluidas las desintegraciones a gluones y fotones, ya que estas contribuciones aparecen a ordenes superiores en la teoría de perturbaciones (no a nivel árbol). Esta es una fuente de diferencias con nuestros resultados, ya que no podemos decir nada sobre ellas, y además contribuirán a la anchura de desintegración total.

En la zona de mayor energía para la masa del Higgs; por encima de los 160 GeV , las desintegraciones a los bosones de gauge son dominantes, siendo la más relevante la desintegración del Higgs a dos bosones W^+W^- . Las desintegraciones a bosones de gauge no aparecen por debajo de los 160 GeV porque estarán prohibidos energéticamente.

Observamos como en nuestro análisis los bosones aparecen a partir de $m_h = 2M_V$ cuando el Higgs pudiera formar los dos bosones Z o W; sin embargo, en la figura 6 vemos que sus contribuciones aparecen antes de que se cumpla esta condición. Esto se debe a que en nuestro análisis únicamente consideramos la desintegración a bosones de gauge que estén *on-shell*; en la realidad esto no tiene por qué ser así ya que se pueden formar bosones virtuales con vidas medias muy cortas (podremos ver un ejemplo al introducir los *loops*).

Como hemos dicho, si comparamos las figuras 6 y 7 existen una serie de diferencias. Está claro que hay canales de desintegración que no aparecen en nuestro análisis como la desintegración del Higgs a fotones, gluones o a un fotón y un bosón Z . Estos procesos corresponden a un cálculo a ordenes superiores en teoría de perturbaciones. Además, en la figura 7 obtenemos que la razón de desintegración a fermiones es constante para masas de la partícula de Higgs inferiores a 160 GeV , y una razón de desintegración a un par de bosones aparentemente constante para masas de la partícula de Higgs superiores a 160 GeV o 180 GeV , según sea el caso. Por contra, vemos que esto no se cumple en la figura 6, donde están incluidos cálculos a ordenes superiores en teoría de perturbaciones.

En consecuencia vemos que los cálculos a ordenes superiores (o *correcciones cuánticas*) son necesarios, permiten un desarrollo más preciso con la inclusión de diagramas de Feynman a un *loop* [1]. Cabe mencionar que, al introducir mayores ordenes en la teoría de perturbaciones y renormalizar ciertas divergencias que aparecen en la teoría, encontramos que tanto las constantes de acoplo como las masas de los quarks no son constantes sino que varían con la escala de energía. Dicho efecto se conoce como *running masses*. Aunque estas cuestiones no son objetivo de este trabajo, incluiremos algunas de estas correcciones en lo siguiente para analizar su papel en los resultados que obtenemos.

5.2.1. Correcciones cuánticas.

De nuestro análisis numérico hemos llegado a la conclusión de que nos falta tener en cuenta el efecto del *running masses* así como las correcciones cuánticas a ordenes superiores, los *loops*. Nos restringiremos a presentar las expresiones que necesitamos, las cuales obtenemos de la literatura [6].

La dependencia de las masas de los quarks con la escala de energía viene dada por la siguiente expresión:

$$m(Q) = m(Q_0) \left(1 - \frac{4}{\beta_0} \frac{\alpha_s(Q)}{2\pi} \log \left(\frac{Q}{Q_0} \right) \right) \quad (57)$$

donde Q es la escala de energía, $m(Q_0)$ es la masa polo (la medida experimentalmente) y β_0 está relacionado con el número de fermiones N_f y el número de color N_c :

$$\beta_0 \equiv \frac{11N_c - 2N_f}{3}. \quad (58)$$

El parámetro α_s es la constante de acoplo de la interacción fuerte, que también depende de la escala de energía como,

$$\alpha_s(Q) = \frac{2\pi}{\beta_0 \log \left(\frac{Q}{\Lambda_{QDC}} \right)}, \quad (59)$$

donde Λ_{QDC} es una escala de energía que no tiene un valor determinado. Se establece que corresponde a una escala tal que $\alpha_s(\Lambda_{QDC}) \rightarrow \infty$. Tomaremos $\Lambda_{QDC} = 200 \text{ GeV}$. Con respecto al resto de parámetros de la escala de energía, vamos a trabajar en la referente al quark bottom, por lo tanto $Q_0 = 4,18 \text{ GeV}$ y $\alpha_s(Q_0) = 0,223$.

Las *correcciones cuánticas* o los *loops* hacen posibles las desintegraciones en otras partículas como fotones y gluones [3] – estas son las contribuciones que vamos a considerar. No entraremos en su cálculo y obtención ya que no era el objetivo de este trabajo pero las incluiremos en el análisis para obtener resultados que reflejen algo más la realidad. Mostramos también los diagramas de Feynman que originan estas desintegraciones (figura 8) con el fin de ver a que nos referimos cuando decimos que corresponden a diagramas con un *loop* [7]. Notemos que en la desintegración de un Higgs a dos fotones aparece el W como partícula virtual, como hemos mencionado antes.

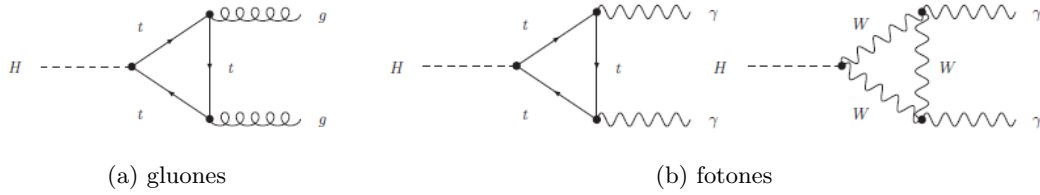


Figura 8: Diagramas de Feynman de las desintegraciones a un loop de un Higgs a: (a) gluones y (b) fotones.

Las amplitudes de desintegración que añadimos vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\Gamma(h \rightarrow \text{gluones}) = \frac{\alpha_s^2}{72\pi^3 v^2} m_h^3 \left[1 + \left(\frac{95}{4} - \frac{7N_f}{6} \right) \frac{\alpha_s}{\pi} + \dots \right]^2, \quad (60)$$

$$\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\alpha^2}{256\pi^3 v^2} m_h^3 \left| \frac{4}{3} \sum_f N_c^{(f)} e_f^2 - 7 \right|^2. \quad (61)$$

En el caso de las contribuciones a dos fotones, donde aparece el sumatorio a todos los fermiones, la contribución dominante es la del quark top – ya que provienen de un *loop* de fermiones y este es el más masivo.

Cuando incluimos estas correcciones en la estimación de la razón de desintegración total, estas aparecerán también, correspondientemente, en el denominador de la expresión (56). Añadimos a lo que ya habíamos considerado en los resultados presentados en la figura 7, las corrección de las masas de los quarks y las contribuciones de la desintegración a un *loop* de gluones y fotones. Los nuevos resultados se muestran en la figura 9. Esta nueva gráfica incluye las contribuciones de fotones y gluones. No hemos incluido la desintegración a un fotón y un bosón Z , que sí está incluida en la figura 6.

La corrección del *running* con la escala de la constante de acoplo fuerte queda patente, aunque sea pequeño el efecto, en las desintegraciones de los quarks al tener estas una dependencia directa con sus masas. Podemos ver que para $m_h < 160 \text{ GeV}$, las anchuras de desintegración de un Higgs a los quarks no son constantes como antes; varían ligeramente. El cambio con la escala de α_s es más notorio en el canal de los gluones ya que de su dependencia con este es mayor, como se ve de la ecuación (60). Por tanto, hemos reproducido en cierta medida una

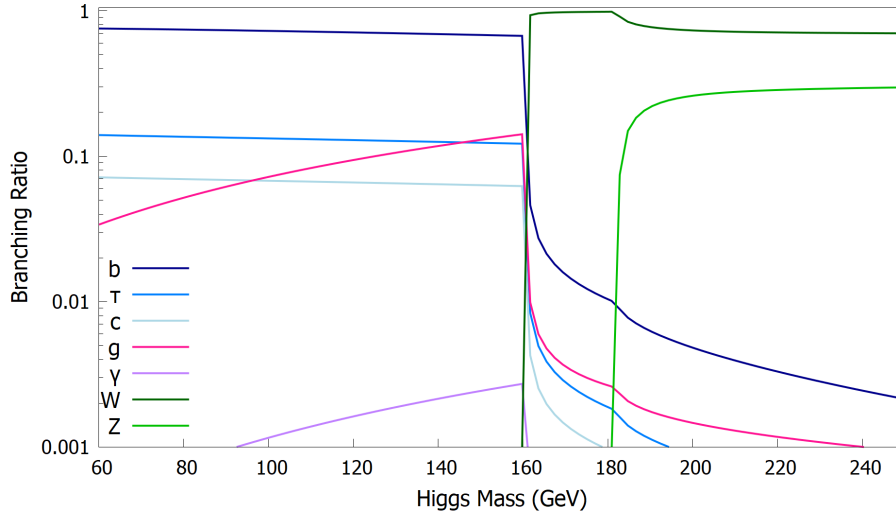


Figura 9: Razón de desintegración en función de m_h , con correcciones.

dependencia que muestra cómo las masas varían con la escala. Ya no tenemos una *branching ratio* constante como en los resultados previos.

La diferencia más clara entre las figuras 6 y 9 es que en la primera vemos que aparecen contribuciones de las desintegraciones de Higgs a los bosones de gauge a energías por debajo de $2M_V$. Como hemos mencionado antes esto se debe a que solo hemos considerado la desintegraciones a bosones que estén sobre su capa de masa. Si eliminamos esta condición, y consideramos partículas virtuales, podemos ver que sí son posibles estos canales aun cuando la energía es menor a la suma de sus masas. Un ejemplo podemos verlo en la figura 8b donde aparecen bosones W que no estarán *on-shell* y se desintegran formando los fotones.

Por otra parte, está claro que el canal de desintegración a gluones no es despreciable, por lo que es fundamental en la estimación de los resultados más completos para la razón de desintegración total de un bosón de Higgs. Contrariamente, la probabilidad de desintegración de un Higgs a dos fotones tiene un valor muy bajo, por debajo de todas las desintegraciones a fermiones que hemos considerado en nuestro análisis. Sin embargo, este canal ha sido fundamental para la búsqueda y descubrimiento de la partícula de Higgs en el LHC debido a su clara señal experimental. También, gracias a los resultados experimentales que sitúan al Higgs entorno a 125 GeV hemos podido inferir su desintegración a un par de bosones de gauge.

Pese a que en un principio puedan parecer pequeñas estas correcciones que hemos incluido en el análisis, tienen una gran importancia. Experimentalmente cada vez se llega a una precisión mayor en las medidas por lo que estas correcciones a órdenes cada vez mayores son la forma de verificar la autenticidad de esta teoría cuántica de campos, el SM. Al igual que hemos incluido la variación con la escala de α_s para ordenes mayores en teoría de perturbaciones, habría que proceder también con el resto de constantes de acoplo para alcanzar una teoría más completa y predictiva.

6. Conclusiones.

En este trabajo hemos ofrecido una visión de la teoría electrodébil y el concepto de ruptura de simetría. Con ello, hemos podido deducir mediante el *mecanismo de Higgs* las expresiones para las masas de las partículas elementales en el Modelo Estándar, tanto bosones como fermiones. Posteriormente, hemos calculado las amplitudes de desintegración de un Higgs a dos fermiones y dos bosones de gauge, y para ello hemos aprendido la lectura e interpretación de los diagramas de Feynman dichos acoplos. A partir de estas, hemos podido representar con un plot numérico cual es la contribución de cada uno de los canales de desintegración del Higgs según la energía de este, escogiendo una masa del Higgs entre 60 GeV y 250 GeV . Comparando nuestros resultados con los que aparecen en la literatura, hemos llegando a la conclusión que los efectos de ordenes superiores en teoría de perturbaciones son imprescindibles.

Como hemos podido observar al realizar este trabajo, el mundo de la física de partículas se ha ido enriqueciendo con el tiempo hasta llegar al Modelo Estándar (SM) y la partícula de Higgs. Un gran logro es la verificación mediante resultados experimentales de estas teorías con una precisión cada vez mayor. En los aceleradores de partículas hemos ido siendo capaces de hacer hallazgos predichos teóricamente como fueron los mediadores de las interacciones y más recientemente el bosón de Higgs. En 2012, en dos de los experimentos del LHC (Large Hadron Collider) se encontraron evidencias de la existencia del Higgs en torno a 125 GeV en la desintegración a fotones (pese a que como hemos visto no es la más probable). El descubrimiento de la partícula de Higgs en el LHC, y así, la prueba experimental del mecanismo responsable de la generación de las masas; el *mecanismo de Brout–Englert–Higgs* que hemos visto en este trabajo, fue lo que les valió el premio Nobel a Francois Englert y Peter Higgs, en el 2013.

A pesar del notable éxito del Modelo Estándar, aún quedan muchas preguntas abiertas como mencionamos en la introducción de este trabajo: la existencia de materia oscura, el problema de las jerarquías, la interacción gravitatoria y una teoría de las interacciones unificadas, etc. Actualmente se trabaja en modelos con una complejidad mayor con el objetivo de alcanzar una *Teoría del Todo* en la que se describa de manera completa y unificada la naturaleza.

Referencias

- [1] José Ignacio Illana. Teoría Cuántica de Campos, 2018.
- [2] Antonio Pich Zardoya. IFIC, University of Valencia – CSIC. The Standard Model of Electroweak Interactions, 2012.
- [3] Ivo van Vulpen. The Standard Model Higgs Boson, 2013.
- [4] José Ignacio Illana. El modelo estándar y su fenomenología Parte 1: La teoría electrodébil y herramientas de cálculo, 2007.
- [5] M. Tanabashi *et al.* [Particle Data Group], “Review of Particle Physics,” Phys. Rev. D **98** (2018) no.3, 030001.
- [6] Micheal Edward Peskin. An Introduction to Quantum Field Theory.
- [7] Maria J. Herrero. The Higgs System in and Beyond the Standard Model, 2014.